UMA APROXIMAÇÃO ENTRE O *MÉTODO* DE LAKATOS E O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA PARA A PRODUÇÃO DE CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Andrea Pavan Perin

andreapavanperin@gmail.com

Eloisa Rosotti Navarro

eloisa-rn@hotmail.com

RESUMO: Neste artigo serão apresentados o método de Provas e Refutações de Imre Lakatos, a transformação no conceito de tecnologia e seu uso na Matemática. Trata-se de um artigo em que se busca elucidar a relação entre o uso de softwares como o GeoGebra e o método de Provas e Refutações para a produção de conhecimento matemático. Para Lakatos o conhecimento matemático está em constante construção, sendo falível, discutível e pronto para ser ampliado, com auxílio do método experimental e racional, privilegiando o raciocínio dedutivo. O uso de software para o ensino de Matemática, segundo o que iremos defender, pode proporcionar essa ampliação e construção do conhecimento que Lakatos propõe. Por isso, o presente artigo tem como objetivo aproximar o uso das Tecnologias Digitais de Informação e comunicação (TDIC), como por exemplo o GeoGebra, do método de provas e refutações, proposto por Lakatos, para a ampliação e construção do pensamento e conhecimento matemático. Assim, buscaremos elucidar conceitos de forma conjuntural, analisando suas essências para que seja possível visualizar a existência de uma relação entre as teorias lakatosianas e a produção de conhecimento matemático com a utilização das TDIC.

Palavras-chave: Matemática. Método de Provas e Refutações. Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação.

1 INTRODUÇÃO

Um olhar para a Filosofia da Matemática, segundo Ernest (1991), nos permite perceber que existem diversas Filosofias as quais possuem particularidades, podendo serem classificadas em dois grupos, a absolutista e a falibilista. Essa classificação, segundo o autor citado, se dá em função de suas visões epistemológicas da Matemática. Na primeira visão, o conhecimento matemático é absolutamente garantido e inquestionavelmente objetivo. Ele é um corpo de conhecimento de proposições já terminado, no qual a Matemática é considerada uma disciplina isolada e independente do resto do conhecimento humano. A esse grupo pertencem as filosofias Formalistas, Intuicionistas, Logicista e a

Convencionalista. Por outro lado, tem-se a segunda visão, na qual a Matemática é vista como um corpo de conhecimento questionável e corrigível, falível por ser um produto humano, tem uma gênese e está sempre em estado de mudança. Essa visão permite entender que a Matemática é conectada com o resto do conhecimento humano, é relacionada à história e à prática humana, tem origem empírica e é carregada de valores.

Imre Lakatos, filósofo e seguidor da teoria do conhecimento científico de Karl Popper, pertence a essa segunda visão da Filosofia dessa ciência. Então, estudar a filosofia da Matemática em sua perspectiva corresponde a buscar uma compreensão teórica sobre os fundamentos e o desenvolvimento do conhecimento da Matemática humana que se dão através de um método racional. O método de Lakatos está associado ao termo "programa de pesquisa", expressão usada por ele no sentido de explicar o desenvolvimento da ciência empírica. Lakatos também demonstrou grande interesse pela Filosofia da Matemática, principalmente no início de sua carreira. O trabalho *A Lógica do descobrimento matemático: Provas e Refutações* (1978)[1] é sua obra-prima e se baseia na ideia de que a Matemática, assim como as ciências naturais, é falível, não é indubitável e cresce por meio da crítica e correção de teorias, as quais nunca estão totalmente livres de ambiguidades ou das possibilidades de erro. É importante destacar que Lakatos refere-se a matemática informal, às teorias jovens, em fase de desenvolvimento, livres de um sistema formal rígido. A Filosofia da Matemática de Lakatos foi desenvolvida a partir de duas teses:

- Tese Falibilista, na qual os programas de pesquisa são falíveis no sentido de poderem ser substituídos (refutados) por outros rivais.
- Tese Racionalista, onde o desenvolvimento dos programas de pesquisa se dá de modo racional, isto é, regido por critérios heurísticos lógicos.

Um aspecto importante da Filosofia da Matemática de Lakatos, e que o diferencia da maioria daqueles de sua época, é a não existência de preocupações em relação aos fundamentos da Matemática e de sua relação com outras teorias. Na verdade, Lakatos considerava a Matemática tão falível quanto o conhecimento do mundo externo. O cerne de sua preocupação está no crescimento do conhecimento matemático, propiciado principalmente pelas conjecturas informais e provas heurísticas de teorias já formalizadas (SILVA E MOURA, 2013).

Com isso, podemos dizer que na Filosofia da Matemática de Imre Lakatos é discutida a construção do conhecimento matemático, focando o caráter heurístico dessa ciência. Ou seja, sua Filosofia da Matemática tem como objetivo estudar os métodos e as regras das descobertas, buscando os problemas dessa ciência e questionar as certezas matemáticas.

[1]LAKATOS, I. *A Lógica do descobrimento Matemático:* Provas e refutações. Rio de Janeiro, Zahar, 1978.

São sobre essas ideias que nos debruçaremos nesse artigo procurando relacionar o método de *Provas e Refutações* ao uso das tecnologias na construção de conhecimento matemático. Para tanto, realizamos um estudo exploratório sobre esse método e o uso da tecnologia, como o *software* GeoGebra, com a intenção de compreender a Matemática como uma ciência falível e mutável, capaz de proporcionar experiências práticas com o mundo que nos cerca e não apenas como a ciência exata e ditadora de regras que muitos ainda entendem.

2 O MÉTODO PROVAS E REFUTAÇÕES DE IMRE LAKATOS

Lakatos constrói toda a sua Filosofia em oposição ao absolutismo, que ainda é vigente na Matemática, indicando que:

> Na Filosofia formalista da Matemática, não há lugar adequado para metodologia como lógica do descobrimento. De acordo com os formalistas, matemática é matemática formalizada. Mas o que se pode descobrir numa teoria formalizada (...). A história da matemática e a lógica do descobrimento matemático (...) não podem se desenvolver sem crítica e rejeição definitiva ao formalismo (LAKATOS, 1978, p. 15 – 17).

Lakatos discute, em sua obra principal, a construção do conhecimento matemático apresentando o método de provas de refutações, denominado por ele de método racional, que dá a possibilidade e é a engrenagem motora para o desenvolvimento matemático. Lakatos não tinha a preocupação com a prova[2], com o resultado final de uma demonstração que seria a veracidade de sua conjectura. Afirmava que o ajuste da conjectura pela criação de lemas contribuía para o aperfeiçoamento, criação e descoberta de novos fatos, permitindo o avanço da ciência. Esse conhecimento produzido pode ser avaliado de duas formas: como degenerativo ou progressivo. Ele é *degenerativo* quando não prediz mais fatos novos e só consegue explicar fatos antigos, já conhecidos. É *progressivo* enquanto prediz novos fatos e explica os antigos, usando somente argumentos internos ao programa e produzindo novos conhecimentos (aumento de conteúdo).

Cardoso (1997), em seu estudo sobre a obra de Lakatos, afirma que um conhecimento progressivo pode tornar-se degenerativo com a saturação da teoria, da mesma forma que um degenerativo pode torna-se progressivo com o aparecimento de novos conhecimentos. Como exemplo dessa afirmação cita a Geometria Euclidiana, a qual, de certa forma, poderia ser considerada uma teoria degenerativa já que, aparentemente, encontrava-se pronta e acabada. No entanto, quando o quinto postulado foi colocado em questão e surgiram as chamadas geometrias

---

[2] Lakatos não se preocupava com a prova formal como proposto por Euclides e Hibert, por exemplo, as quais, consistem de um conjunto de axiomas e um conjunto de regras de inferência, que permitem uma relação entre os axiomas e as proposições. Ele propôs uma dinâmica do conhecimento matemático baseada em uma heurística que tem como motores principais as provas e as refutações e argumenta que o estilo dedutivista, fundamentado nos axiomas, teoremas e provas, "oculta a luta, esconde a aventura. Toda a história evapora, as sucessivas formulações provisórias do teorema durante a prova são relegadas ao esquecimento enquanto o resultado final é exaltado como infalibilidade sagrada.

não euclidianas, ela tornou-se uma teoria progressiva, pois novas críticas e novos conhecimentos nasceram a partir dela. Com isso, podemos dizer que, de acordo com as ideias de Lakatos, o conhecimento está em constante construção.

Em sua obra Lakatos também torna praticamente invisível a linha que separa a Matemática das Ciências Naturais e, por isso, a afirmação de que a Matemática é uma ciência quase-empírica, que se dá a partir de problemas, faz com que haja uma aproximação com o falsificacionismo popperiano (MOLINA, 2001)

Outro ponto importante a ser destacado na Filosofia da Matemática de Lakatos é que os fatores externos não interferem no crescimento do conhecimento, embora aceite sua existência. Assim, os fatores externos não exercem nenhuma influência real sobre o processo de desenvolvimento do conhecimento, pois considera como influentes apenas os fatores de natureza lógica, que são aqueles previstos na estrutura interna de um determinado programa.

A esse respeito Cardoso (1997) afirma que a reconstrução racional para Lakatos é um conceito necessário para o estabelecimento de sua teoria metodológica e é uma concepção internalista da história, porque os únicos aspectos relevantes são fatos internos àquela teoria. Ou seja, as causas, as consequências e os resultados de algumas mudanças são fatores que podem ser descritos e analisados por termos daquela ciência e da linguagem lógica utilizada em sua teoria.

O método de Provas e Refutações, ou método racional, trata-se de uma adaptação do método experimental, privilegiando o raciocínio dedutivo. Neste método, a descoberta se dá através da análise da prova pelo descobrimento de lemas ocultos, de modo que a descoberta e a justificação não se separem. Ao descrever o método, Lakatos (1978) desenvolve e discute algumas noções como: *Conjectura, Teorema, Prova, Lema, Análise da Prova, Conceito Gerado Por Prova, Contraexemplo, Rigor e Linguagem Matemática*, as quais são discutidas no desenvolvimento de sua metodologia.

O método proposto por Lakatos é apresentado a partir de um diálogo entre professor e alunos em uma sala de aula imaginária, no qual apresenta um *problema,* uma *conjectura*, diversos questionamentos a fim de refutá-la e conclui que esta pode ser provada. É a partir daí que o professor tem como plano de sua aula o oferecimento de uma *prova*.

A prova, segundo Cardoso (1997), na concepção falibilista de Lakatos, não serve para garantir certeza, mas para construir a conjectura ingênua decompondo-a em lemas e permitindo que estes sejam cuidadosamente analisados com a intenção de verificar quais podem ser refutados por *contraexemplo*. Para Lakatos, essa ação encaminha para a produção de um conhecimento além do determinado previamente, servindo para ampliar e, até mesmo, melhorar uma conjectura, pois podemos fazer com que os *contraexemplos* se convertam em exemplos.

A esse processo de análise, busca de contraexemplos e incorporação de lemas é o que Lakatos (1978) vai chamar de *Análise da prova.* Este processo é o que garante o aperfeiçoamento da conjectura e da prova proporcionando um aumento de conteúdo e de rigor ao conceito.

Molina (2001) ao apresentar Lakatos como filósofo da Matemática traz uma síntese dos estágios propostos em sua obra para o método de provas e refutações que, na sua opinião, daria a chave para a correta interpretação da história da matemática:

(1) Apresentar uma conjectura inicial.

(2) Provar (um argumento mental ou aproximado, que decompõe uma conjectura primitiva em subconjecturas ou lemas).

(3) Exibir contraexemplos globais.

(4) Reexaminar a prova, identificando um lema que foi refutado pelo contraexemplo global, podendo acontecer que este lema culpável tenha permanecido oculto ou não tenha sido identificado corretamente. Ele é explicitado e incorporado como condição às hipóteses da conjectura primitiva, fazendo com que esta seja melhorada, enriquecendo seus conceitos.

(5) Reexaminar as provas de outros teoremas.

(6) Comprovar as consequências da conjectura melhorada.

A compreensão do método de *Provas e Refutações* proposto por Lakatos nos permite destacar algumas características de seu trabalho: ele tinha preocupação com o processo de desenvolvimento/ampliação do conhecimento que, segundo seus estudos, se dá através de um olhar racional para uma área do saber, nesse caso, a Matemática. Outro ponto importante é o movimento dialético que ele apresenta durante o desenvolvimento de sua teoria, pois, para ele, uma teoria é falível e pode ser reconstruída a partir do ato de refutação. Daí vem a ideia de que um programa degenerativo não deve ser de todo abandonado ou esquecido, pois com o aparecimento de novos conhecimentos ele pode se reabilitar e se tornar progressivo.

Além disso, a construção do conhecimento matemático, das teorias matemáticas que temos atualmente, se dá através da negociação dialética entre pessoas. Entender seu método, bem como suas características nos permite discutir o uso da tecnologia como um meio para refutar a Matemática. Nossa intenção é propiciar uma visão crítica sobre o uso da tecnologia para se fazer Matemática sob ótica das teorias lakatosianas.

3 A EVOLUÇÃO DO TERMO "TECNOLOGIA"

Desde a modernidade a tecnologia sofre e propicia transformações sociais. Essas transformações e inovações tecnológicas contribuem para novos tipos de relações humanas, novas maneiras de comunicação e novos meios de informação.

Buscamos, primeiramente, explicitar o sentido da natureza da tecnologia, pois a consideramos um fenômeno social que acompanha a evolução de cada época, sendo passível de identidade variável ao longo da história.

> Desde o início da civilização, todas as eras correspondem ao predomínio de um determinado tipo de tecnologia. Todas as eras foram, portanto, cada uma à sua maneira "eras tecnológicas". Assim tivemos a Idade da Pedra, do Bronze, até chegarmos ao momento tecnológico atual (KENSKI, 2003, p. 19).

Para entender as transformações tecnológicas recorreremos a alguns filósofos que discutem o conceito de tecnologia e técnica. Começaremos pelas considerações de Karl Marx, em que a tecnologia é considerada um utensílio para maior produção. Ele diz que a tecnologia surge da relação entre o saber e o fazer, ou seja, entre a ciência e a técnica. Possui um sentido intrínseco ao momento histórico. E, ao considerar a relação entre a ciência e a técnica, afirma que a tecnologia seja um instrumento advindo da teoria científica para solucionar problemas técnicos. A partir daí e com a Revolução Industrial, surgiu o termo tecnologia como conhecemos hoje. Então, podemos dizer que um dos maiores objetivos da tecnologia desde o seu surgimento foi unir conhecimento técnico (teórico) e conhecimento prático.

Karl Marx refere-se a tecnologia em sua obra *O Capital*, como também nos manuscritos de 1861 a 1863, intitulados *Los Grundrisse* ou *Capital e Tecnologia*. Nessas obras é possível ver que Marx considera a tecnologia, chamada por ele de produção e relacionada ao trabalho, como a mediação da vida humana. Segundo ele “a tecnologia nos descobre a atitude do homem ante a natureza, o processo direto de produção de sua vida e, portanto, das condições de sua vida social, de suas ideias e representações espirituais que delas se derivam” (MARX,1982, p. 231). Assim, para este filósofo, a tecnologia deve ser compreendida como instrumento de trabalho, como processo de produção e como capital.

Podemos citar também as considerações de Heidegger a respeito da tecnologia. Apesar de sua insuficiência em relação à análise fenomenológica da tecnologia, ele argumenta muito bem sobre a essência da técnica, desmistificando conceitos antropológicos e instrumental dado à técnica.

Entre os pioneiros nos estudos da filosofia da tecnologia encontra-se o geógrafo e filósofo alemão Ernst Kaap (1877), apontado como fundador da filosofia da tecnologia. Para Cupani (2004) há concepções divergentes sobre o que podemos chamar de tecnologia, pois existem “três modos de investigar filosoficamente a tecnologia [...] que representam respectivamente, uma perspectiva analítica, uma abordagem fenomenológica e um exame inspirado na escola de Frankfurt” (Cupani, 2004, p. 493).

Depois da formulação desses conceitos e ideias sobre tecnologia e técnica, esse assunto ganhou mais força na Europa, por volta do século XX. Podemos citar, por exemplo, as considerações de Dussel (2000, p. 70) sobre técnica e tecnologia. Ele diz que a técnica não é um "mero produzir" e, desse modo, a tecnologia ganha outro sentido, indo além da "produção" como dizia Marx e Heidegger, fazendo com que sua aliança com o saber e fazer, ou digamos a teoria e a prática, fique mais forte.

Assim, podemos dizer que, enquanto a ciência procura explicações sobre objetos e fenômenos naturais, a tecnologia busca o controle e o domínio prático desses fenômenos. Mas, do que falamos, quando falamos de tecnologia? Referimo-nos aos procedimentos modernos e contemporâneos que produzem artefatos com vistas a estabelecer uma relação com a ciência. O termo mais atual utilizado para a tecnologia com essa perspectiva é "Tecnologia Digital de Informação e Comunicação" (TDIC).

Com o avanço das tecnologias o ser humano passa a viver uma profunda revolução na forma como constrói o conhecimento e se relaciona com ele, gerando uma transformação social de caráter qualitativo, entendida como necessária para o desenvolvimento do homem.

A partir dessa ideia de avanço do termo e das ideias relacionada à tecnologia recorreremos a Levý (1993) para compreender as características e possibilidades que as TDIC oferecem para o estudo da Matemática na atualidade. Este autor considera que as tecnologias trazem contribuições importantes para a construção de alicerces culturais que guiam a maneira como o ser humano se relaciona com a realidade e com o conhecimento. Além disso, para Levý (1993) a tecnologia tem como uma de suas consequências a objetividade da memória em dispositivos automáticos, tornando-se parte desses equipamentos.

> O saber informatizado afasta-se tanto da memória (este saber "de cor"), ou ainda a memória, ao informatizar-se, é objetivada a tal ponto que a verdade pode deixar de ser uma questão fundamental, em proveito da operacionalidade e velocidade (LÉVY, 1993, p. 119).

Podemos dizer que esse autor sugere que as TDIC, como o *software* GeoGebra, têm grande importância na produção do conhecimento e garante a não memorização ou aceitação de algo pronto e acabado, ou seja, o GeoGebra contribui para que o conhecimento esteja sempre sem movimento, podendo ser refutado e ampliado. Isso nos permite dizer que há uma aproximação entre as ideias de Lakatos e o uso de softwares específicos para o ensino de Matemática, pois possibilitam a produção de conhecimento e a experiência da refutação e da reflexão sobre a teoria.

O uso das TDIC para a exploração do conhecimento matemático pode auxiliar na maneira como vemos determinada representação. Podemos citar como exemplo as inovações que *software* gráficos trouxeram para o ensino da geometria na sala de aula de Matemática, pois possibilitam levantar hipóteses, testá-las, validá-las e/ou, até mesmo, refutá-las.

Isso não quer dizer que o uso do *software* é a solução para que o método de provas e refutações de Lakatos seja colocado em prática, mas, ao compreender o método pode-se utilizar *softwares* e outras TDIC como auxílio no contexto escolar de modo investigativo para a produção de conhecimento científico. Assim, podemos dizer que o GeoGebra abre espaço para refutações, provas e demonstrações heurísticas.

4 O USO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA NO ENSINO DE MATEMÁTICA SOB A ÓTICA DAS TEORIAS DE LAKATOS

Lakatos não dirigiu seus estudos para entender o termo ou discutir o sentido do uso do *software*, mas seus conceitos e teorias são consistentes à essa atividade. Embora consideremos que foram poucas as tentativas de estender os conceitos da filosofia da Ciência e de suas conquistas epistemológicas à tecnologia e ao aprofundamento de sua evolução, Cupani (2004, p. 493) diz que:

> A filosofia da tecnologia é uma disciplina relativamente recente, se comparada com as restantes disciplinas, incluída a filosofia da ciência. Trata-se de um campo de estudos mais homogêneo que sua denominação faria supor; pois a própria definição de seu objeto não é unânime. [...] Embora não faltem antecedentes no século XIX e na primeira metade do século XX, seu desenvolvimento institucional (incluindo revistas e congressos específicos) data das últimas décadas do século XX.

Lakatos já dizia que durante séculos “o conhecimento significou conhecimento provado [...]. A sabedoria e a integridade intelectual exigiam que o homem [...] minimizasse, até em pensamento, o hiato existente entre a especulação e o conhecimento estabelecido” (Lakatos, 1979, p. 110). Para ele, a ciência deveria visar o conhecimento, estabelecendo como objetivo a obtenção de teorias explicativas dos fenômenos naturais, que podemos supor como um dos objetivos atuais das tecnologias.

Essas ideias parecem compatíveis com os estudos de Francis Bacon (1984). Ele valoriza a experiência e diz que essa é a melhor maneira para falar de demonstração. Bacon foi considerado o “profeta da revolução tecnológica moderna” (Reale e Antosseri, 1990, p. 322), pois ele tratou o conhecimento científico como um dos elementos constitutivos da dimensão epistemológica da tecnologia moderna.

As ideias de Lakatos sugerem que estejamos prontos para refutar e repensar as teorias já propostas, isso pode acontecer por meio da experimentação, como proposto desde 1984 por Bacon. O ato de repensar, refutar e experimentar são vias de conhecimento para a ciência moderna, sendo a refutação o ato mais importante para a construção do saber, pois ela nos encaminha para a essência do conhecimento cientifico.

Podemos citar, como exemplo de *software* que, no contexto da investigação matemática, induz à refutação, a construção de contraexemplos, como sugere Lakatos para a própria produção do conhecimento científico, em *Provas e Refutações*, o *software* GeoGebra[3].

Esse *software* tem sido destaque no ensino de matemática por possibilitar a visualização, representação e

[3] É um software matemático, que reúne geometria, álgebra e cálculo, desenvolvido por Markus Hohenwarter, na Universidade de Salzburg.

experimentação o que leva o usuário a provar de maneira prática e construtiva, pela experimentação, o que está sendo estudado ou refutar, mediante contraexemplo. A questão da visualização é bastante discutida em termos de produção de conhecimento matemático e

> Pode ser considerada como um processo ou uma habilidade, mas, de qualquer modo, vê-se nas definições que a visualização é considerada necessária para a aprendizagem matemática. Quando falo em visualização em matemática, estou considerando as representações visuais que são feitas dos objetos matemáticos. Podem ser gráficos, diagramas, construções geométricas ou esboços. Todos esses recursos visuais são o que considero visualização, mais do que isso, a visualização também é um processo mental, em que se interpreta um problema, ou uma expressão algébrica, através de imagens mentais ou esboços, ou seja, é uma capacidade que deve ser desenvolvida. Nesse sentido, visualizar não é apenas o ato de ver, mas sim de imaginar e interpretar os objetos matemáticos. A construção de imagens mentais (visualização interna) só se torna possível a partir das experiências externas (LIMA, 2010, p. 27).

O *software* GeoGebra é um sistema que incentiva o estudo de uma geometria dinâmica que não se prende a mera representação de algo estático. Ele possibilita que os matemáticos e os aprendizes analisem determinadas teorias de forma crítica por meio da manipulação. Com o uso desse *software* podemos atingir a curiosidade e a reflexão sobre algo que é exposto como pronto, ou seja, é possível, como proposto em provas e Refutações, que se desenvolva de forma crítica o pensamento e aconteça a construção do conhecimento matemático.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do propósito de analisar a construção do conhecimento matemático possibilitado pelo uso do *software* GeoGebra a partir da compreensão do método explícito em *Provas e Refutações* de Lakatos, realizamos um estudo teórico sobre esse método e sobre e as possibilidades de construção do conhecimento a partir desse *software.*

Percebemos que é possível estabelecer uma relação entre as teorias lakatosianas e o uso do GeoGebra para o ensino de Matemática visando a compreensão teórica e científica da produção do conhecimento matemático. Pois, esse *software* subsidia as refutações e favorece questionamentos sobre a veracidade de conjecturas e provas.

A preocupação central de Lakatos está voltada ao crescimento do conhecimento matemático e à ampliação do saber. Silva e Moura (2015) mencionam que esse crescimento é propiciado pelas “conjecturas informais e provas heurísticas de teorias já formalizadas”, o que se torna possível e facilitado com o uso do GeoGebra.

A meta principal de Lakatos foi mostrar que o conhecimento matemático está em constante construção. Assim, podemos dizer que, a Matemática, como outras ciências, necessita de inovações, transformações, análise e crítica, para que possamos descobrir lemas ocultos, unindo descoberta e justificação.

O uso do *software* GeoGebra, mencionado anteriormente, vem ao encontro com as ideias de Lakatos. Pois, podemos usá-lo para construir uma conjectura ingênua, decompondo-a em lemas e analisá-las com a intenção de possibilitar a elaboração de contraexemplos.

Por fim, não temos a pretensão de encerrar essa discussão, pois a teoria lakatosiana certamente oferece várias outras reflexões não expressas aqui. Almejamos que este trabalho contribua para futuras pesquisas e instigue professores de matemática a olharem de forma crítica para a teoria, ampliando seus conhecimentos e questionando suas certezas com o auxílio de *softwares* disponíveis.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CARDOSO, V.C. **As teses Falibilista e Racionalista de Lakatos e a Educação Matemática**. *1997*. 182f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1997.

CUPANI, A. A tecnologia como problema filosófico: três enfoques. **Scientiae Studia**. Vol. 2, n. 4. P. 493-518. 2004.

DUSSEL, E. **Ética da libertação na idade da globalização e da exclusão**. Petrópolis: Vozes, 2000.

ERNEST, P. **The philosophy of mathematics education**. London: Falmer, 1991.

KENSKI, V. M. Novas tecnologias na educação presencial e a distância. In: LAZZARI, R. L. B. (Org). **Formação de educadores:** desafios e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP. 2003.

LAKATOS, I. **O falseamento e a metodologia dos programas de pesquisa científica**. A crítica e o desenvolvimento do conhecimento. LAKATOS, I; MUSGRAVE, A (orgs). P. 109-243. Ed. Cultrix. EDUSP, São Paulo. 1979.

LÉVY, P. **As tecnologias da Inteligência:** o futuro do pensamento na era da informática. Rio de Janeiro: Ed. 34. 1993.

LÉVY, P. **Cibercultura**. São Paulo: Editora 34. 1999.

LIMA, C. W. **Representações dos números racionais e a mediação de segmentos:** possibilidades com tecnologias informáticas. 2010. 197f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.

MARX, K. **O Capital**. Vol. 1, Tomo 1. São Paulo: DIFEL. 1982.

MOLINA, J.A. Lakatos como filósofo da Matemática. **Episteme**. n.13, 129 – 153, jul./dez. 2001.

PRETTO, N. L. A educação e as redes planetárias de comunicação. **Revista Educação e Sociedade**, São Paulo, Ano XVI, n. 51, p. 312-323. 1995.

REALE, G; ANTISSERI, D. **História da Filosofia**, vol. 2. São Paulo: Paulus, 1990.

SILVA, G.H.G.; MOURA, A.Q. O falibilismo de Lakatos e o trabalho com investigações matemáticas em sala de aula: possíveis aproximações. **Acta Scientiae**.v.17, n.2, p. 277-293, 2015.

SILVEIRA, F.L. A Metodologia dos Programas de Pesquisa: a Epistemologia de Imre Lakatos. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**. v.13, n.3, p.219-230, 1996.

VALLAURI, L. L. L' impatto dela tecnologia sullavita e sullaauto percezione dell'uomo. In: BAUSSOLA, A. et al. **Etica e transformazioni tecnologiche**. Milano: Vita e Pensiero, 1987.